

Электронные образовательные ресурсы играют ключевую роль в моделировании основных этапов учебного процесса в случае дистанционной, самостоятельной работы учащегося в рамках системы не только открытого, но и традиционного образования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абросимов А.Г. Развитие информационно-образовательной среды высшего учебного заведения на основе традиционных и телекоммуникационных технологий. - Автореф. дис...док. пед. наук., М., 2005.
2. Григорьев С.Г., Гриншкун В.В. Образовательные электронные издания. - М. ИСМО. 2006.
3. Моисеев В.Б. Элементы информационно-образовательной среды высшего учебного заведения. Ульяновск: Изд-во Ул.ГТУ, 2002.
4. Тихонов А.Н., Иванников А.Д., Гридина Е.Г., Куракина Н.И., Симонов А.В. Комплексный анализ системы федеральных образовательных порталов. // В сб. научн. статей "Интернет-порталы: содержание и технологии", Вып. 2/ ГНИИ ИТТ "Информика", М.: Просвещение-2004. С. 192-227.

Иваницкий С.В., Дмитриевский В.А., Прахт В.А., Сарапулов Ф.Н.
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В
ИНДУКЦИОННОЙ ПЕЧИ С ВРАЩАЮЩИМСЯ РАСПЛАВОМ

vdmitrievsky@gmail.com

ГОУ ВПО "УГТУ-УПИ имени первого Президента России

Б.Н.Ельцина"

г. Нижний Тагил

В работе рассматривается математическая модель течения жидкого металла в индукционной печи с вращающимся расплавом на основе метода конечных элементов. Движение поверхности металла моделируется методом уровней. Применимость этой модели в учебном процессе обусловлена высокой степенью её наглядности.

Simulator of liquid metal flow in induction furnace with rotary melt based on finite elements method is considered. Metal surface movement simulation is based on level set method. Teaching adaptability of the model is due to its high obviousness level.

Не секрет, что применение математических моделей технологических установок в качестве наглядных пособий в учебном процессе позволяет сформировать у студентов более глубокое понимание физических процессов, протекающих в этих установках, методов математического моделирования этих процессов, повысить наглядность изложения учебного материала и облегчить изучение конструкции технологических установок.

Особенностью конструкции тигельной печи с вращающимся расплавом (ТИПсВР) является МГД-устройство, индуктор которого создаёт вращательное усилие. В результате электромагнитного воздействия жидкий металл вращается, и поверхность металла приобретает вогнутость (рис. 1а) [1]. Поэтому представляется актуальным создание модели самосогласованных электромагнитных и гидродинамических процессов, учитывающей движение во времени поверхностей раздела металла и шихты, шихты и воздуха. Авторы осознают, что эта модель является идеализацией, т.к. есть иные не учитываемые в ней процессы, например, химические и тепловые.

При движении границ объекта, сохраняющем его топологию, можно прибегнуть к преобразованию координат, зависящему от времени t , и отображающему границу в начальный момент времени на границу в момент времени t . Такой подход позволяет с высоким уровнем корректности учитывать разрывы физических свойств на границах сред. К сожалению, такой подход недостаточно нагляден и его применение ухудшает педагогические свойства модели.

Другой подход носит название метода уровней (*level set method* [2]). В этом подходе тем или другим способом задаются границы раздела сред, которые могут проходить сквозь конечные элементы, что позволяет для любой точки расчётной области задать физические свойства в зависимости от среды в этой точке. В демонстрационном примере из руководства к *Comsol* рассматривается всплывающий в жидкости пузырь газа [там же]. В этом примере границы раздела сред задаются изолиниями решения некоторого уравнения в частных производных. Как видно из этого примера метод уровней позволяет решать задачи с движущимися границами, даже если при этом движении меняется топология. Хочется также отметить наглядность, а значит и педагогическую ценность этого метода.

Недостатком метода уровней является некоторая некорректность на границах сред, и, как следствие, необходимость выбора довольно мелкого масштаба сетки конечных элементов. Однако, поскольку течение жидкости в ТИПсВР в высокой степени турбулентно, на сегодняшний день возможно создание лишь оценочных методик расчёта таких устройств, что оправдывает применение метода уровней.

Вариант математической модели, описывающей электромагнитные и гидродинамические процессы в ТИПсВР на основе метода уровней, создан в Matlab на основе функций Comsol 3.3. Расчётные области ТИПсВР сформированы с учётом аксиальной симметрии устройства и представлены на рис. 1б.



Рисунок 1. К моделированию ТИПсВР: а) схематическое изображение ТИПсВР; б) расчётные области модели ТИПсВР

1. Расчёт поля усилий, действующих на жидкий металл.

Магнитная проницаемость расплавленного металла близка к единице, что позволяет выразить по формуле Ампера объёмное усилие \mathbf{f} , действующее на жидкий металл, через плотность тока \mathbf{j} и магнитную индукцию \mathbf{B} : $\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ и в действующих комплексных значениях: $\mathbf{f} = \text{Re}(\tilde{\mathbf{j}} \times \tilde{\mathbf{B}})$. Для расчёта $\tilde{\mathbf{j}}$ и $\tilde{\mathbf{B}}$ решается краевая задача в слабой формулировке, причём функционал Б.Г. Галёркина принят в виде [3]:

$$\delta S = \delta \iint \left[\frac{\left(\frac{\partial \tilde{A}_r}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial r} \right)^2}{2\mu_0\mu_0} + \frac{k_\theta^2}{r^2} \left(\frac{\tilde{A}_z^2}{2\mu_r\mu_0} + \frac{\tilde{A}_r^2}{2\mu_z\mu_0} \right) \right] r dr dz - \iint (\tilde{J}_r \delta \tilde{A}_r + \tilde{J}_z \delta \tilde{A}_z) r dr dz$$

где \tilde{A}_r и \tilde{A}_z – радиальная и осевая физические составляющие векторного магнитного потенциала, азимутальная составляющая \tilde{A}_θ принимается равной нулю; k_θ – число периодов поля (пар полюсов); \tilde{J}_r и \tilde{J}_z радиальная и осевая физические составляющие плотности тока.

Магнитная проницаемость и плотность тока \tilde{J}_r для области зубцово-пазового слоя вычисляются согласно известным правилам ортотропного моделирования [4]. В областях, соответствующих лобовым частям, \tilde{J}_r линейно убывает в радиальном направлении от общей границы с индуктором и достигает нуля на краях лобовых частей.

Для области жидкого металла физические составляющие плотности тока вычисляются по формулам:

$$\tilde{J}_r = \sigma \left(\tilde{E}_r - \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial r} \right), \quad \tilde{J}_z = \sigma \left(\tilde{E}_z - \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial z} \right), \quad \tilde{J}_\theta = -i\sigma \frac{k_\theta}{r} \tilde{\psi},$$

где \tilde{E}_r и \tilde{E}_z – радиальная и осевая физические составляющие непотенциальной напряжённости электромагнитного поля, причём осевая составляющая \tilde{E}_θ выбрана равной нулю; $\tilde{\psi}$ – скалярный потенциал.

Величины E_r и E_z вычисляются по формулам:

$$\tilde{E}_r = -i(\omega - v_\theta k_\theta / r) \tilde{A}_r - \tilde{A}_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \tilde{A}_z \frac{\partial v_z}{\partial r} - v_r \frac{\partial \tilde{A}_r}{\partial r} - v_z \frac{\partial \tilde{A}_r}{\partial z},$$

$$\tilde{E}_z = -i(\omega - v_0 k_0 / r) \tilde{A}_z - \tilde{A}_r \frac{\partial v_r}{\partial z} - \tilde{A}_z \frac{\partial v_z}{\partial z} - v_r \frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial r} - v_z \frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial z}.$$

Уравнение непрерывности $\text{div } \tilde{\mathbf{J}} = 0$ для области жидкого металла представляется добавлением в функционал Б.Г. Галёркина выражения:

$$\iint \left(-J_r \frac{\partial \delta \psi}{\partial r} - J_z \frac{\partial \delta \psi}{\partial z} + \sigma \frac{k_\theta^2}{r^2} \psi \delta \psi \right) r dr dz.$$

Краевая задача для переменных \tilde{A}_r , \tilde{A}_z и $\tilde{\psi}$ позволяет вычислить объёмные усилия в области жидкого металла и напряжение на клеммах индуктора.

2. Расчёт поля скоростей в области жидкого металла

Течение жидкого металла в ТИПсВР характеризуется числами Рейнольдса $Re = 10^5 \div 10^6$ и более и имеет выраженный турбулентный характер. Для оценочного моделирования движения жидкостей в ТИПсВР построен функционал, который приводит к уравнению непрерывности и к уравнению Навье-Стокса, в котором эквивалентная вязкость задаётся известной Прандтлевской формулой:

$$\delta \iint \left(-r \cdot 0.16 l^2 (\sqrt{2} S)^3 / 3 + p \left(r \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_r \right) \right) dr dz +$$

$$\iint \left(\left(\frac{F_r}{\rho} - \frac{dv_r}{dt} \right) \delta v_r + \left(\frac{F_z}{\rho} - \frac{dv_z}{dt} \right) \delta v_z + \left(\frac{F_\theta}{\rho} - \frac{dv_\theta}{dt} \right) \delta v_\theta \right) dr dz,$$

где $S = \sqrt{S_{rr}^2 + S_{zz}^2 + S_{\theta\theta}^2 + 2(S_{r\theta}^2 + S_{\theta z}^2 + S_{rz}^2)}$ – скалярная мера скорости деформации, выраженная через физические составляющие тензора скорости деформации:

$$S_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad S_{\theta\theta} = \frac{v_r}{r}, \quad S_{zz} = \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad S_{\theta z} = \frac{1}{2} \frac{\partial v_\theta}{\partial z}, \quad S_{r\theta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right),$$

$$S_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right),$$

причем выражение $\sqrt{2} S$ является аналогом модуля производной $\left| \frac{\partial v}{\partial l} \right|$;

$\frac{dv_r}{dt} = \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r}$, $\frac{dv_\theta}{dt} = \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_\theta v_r}{r}$,
 $\frac{dv_z}{dt} = \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}$ – полные производные скоростей по времени; p – давление; F_r , F_z , F_θ – физические составляющие объёмных усилий, l – расстояние до ближайшей стенки. v_r , v_θ , v_z – физические составляющие скоростей.

Для корректного моделирования резкого перепада скорости в тонком пристеночном слое толщиной λ , этот слой исключается из расчётной области, но ему сопоставляется функционал, выражающийся криволинейным интегралом первого рода:

$$\left(\frac{0.4}{\ln\left(\frac{30\lambda}{k}\right)}\right)^2 \frac{1}{3} \delta \int r v^{3/2} d\xi,$$

где v – модуль скорости, где k – средняя высота бугорка; l – расстояние до стенки v_* – динамическая скорость, $d\xi$ – элемент длины стенки.

3. Расчёт поверхности жидкого металла.

Пусть $z(r,t)$ – функция, описывающая границу жидкого металла и шихты или шихты и воздуха в момент времени t . За время dt точка, находящаяся на поверхности жидкого металла в момент времени $t=t_0$ и имеющая координаты (r_0, z_0) , примет координаты $(r_0 + v_r dt, z_0 + v_z dt)$:

$$z_0 + v_z dt = z(r_0 + v_r dt, t + dt).$$

Отсюда:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = v_z - v_r \frac{\partial z}{\partial r}.$$

Это соотношение позволяет описать движение поверхности раздела сред. Чтобы это уравнение можно было решить в *Comsol* в это уравнение необходимо добавить стабилизационный член:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = v_z - a_{ke} v_r \frac{\partial z}{\partial r} + \xi a_{ke} |v_r| \frac{\partial^2 z}{\partial r^2},$$

где a_{ke} – характерный размер конечных элементов, ξ – число, равное 0.25.

4. Некоторые особенности предложенной реализации модели ТИПсВР в *Comsol*

Рассматриваемая модель реализована в среде Matlab 6.5 на основе функций *Comsol* 3.3.

В предложенной реализации функции $z1(r,t)$ и $z2(r,t)$, описывающие границы жидкого металла и шихты, а также шихты и воздуха, соответственно, задаются одномерными переменными на линии, представляющей дно ванны. Поскольку уравнения для этих функций содержат v_r и v_z на соответствующих границах сред, на линии, представляющей дно ванны, задаются четыре самосогласованных переменных (extrusion coupling variables), равных v_r и v_z на границах сред.

Реализация в *Comsol* нелинейных моделей сопряжена с трудностью обеспечения сходимости итераций. Поэтому, чтобы сделать модель работоспособной, расчётный промежуток времени разбивается на несколько интервалов. Если решение уравнений на каком-то интервале времени оказывается неуспешным, то автоматически уменьшается шаг по времени и решение на этом интервале повторяется заново.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коршунов Е.А., Тарасов А.Г., Бастриков В.Л., Сарапулов Ф.Н., Лисиенко В.Г., Буркин С.П., Третьяков В.С., Семчев В.А., Шароваров

- А.Е. Многофункциональный плавильный агрегат для процесса ПВЖФВ. //Труды всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы энергосберегающих электротехнологий». Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006, 492 с.
2. Rising Bubble Modeled with the Level Set Method. //Руководство к Comsol 3.3.
 3. Иваницкий С.В., Сарапулов Ф.Н., Дмитриевский В.А. К математическому моделированию электромагнитных процессов в тигельных индукционных печах с вращающимся расплавом. //Труды III Международной научно-технической конференции «Электромеханические и электромагнитные преобразователи энергии и управляемые электромеханические системы». Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2007, 348 с.
 4. Веселовский О.Н., Коняев А.Ю., Сарапулов Ф.Н. Линейные асинхронные двигатели. М.: Энергоатомиздат, 1991. 256 с.

Ижденева И.В.

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОНТЕКСТНОГО МЕТОДА ОБУЧЕНИЯ В
ПРОЕКТИРОВАНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ**

igdeneva@mail.ru

Новосибирский Государственный педагогический университет,

Куйбышевский филиал

г. Куйбышев

В статье рассмотрены основы контекстного метода обучения и возможность его применения для преподавания математики и информатики студентам-психологам

In article bases of a contextual method of training and possibility of its application for teaching of mathematics and computer science to students-psychologists are considered

В последнее время в связи с присоединением нашей страны к Болонскому процессу происходит смена образовательной парадигмы. Российское высшее образование становится все более ориентированным на реализацию компетентностного подхода. Основной задачей такого подхода к обучению является развитие и оценивание принципиально новых свойств личности – компетенции/компетентности обучающихся, выпускников вузов и школ, а не просто формирование знаний, умений и навыков с последующим контролем уровня их усвоения, являющимся традиционным измерителем качества образования.

Процесс образования можно назвать созданием искусственной модели реальной жизни и профессиональной деятельности. Профессиональное образование, особенно высшее, обладает определенной особенностью – овладение профессиональной деятельностью должно быть обеспечено в рамках качественно иной деятельности – учебной. Поэтому для достижения